乌鲁木齐地区2017年高三年级第二次诊断性测验

文科数学试题参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分.

选择题答案：CDCA　DABA　CCBA

1．选C.【解析】$\because M=\{0,3\}$，$N=\{x|x>-1\}$，$\therefore M\cap N=\{0,3\}$．故选C.

2．选D.【解析】$z=\dfrac{(1-2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}i$，在复平面上对应的点为$\left(\dfrac{4}{5},-\dfrac{3}{5}\right)$，故选D.

3．选C.【解析】$\because f(2)=4$，即$a^2=4,a=\pm2$，又$\because a$是底数，$\therefore a=-2$舍去，$\therefore a=2$，$\therefore f(-2)=\log_2 8=3$，故选C.

4．选A.【解析】执行程序框图，第一次循环$S=4,k=2$，第二次循环$S=11,k=3$，第三次循环$S=26,k=4$，结束循环，所以判断框内应填$k>3$?，故选A.

5．选D.【解析】根据线面，面面平行垂直的性质，只有D正确，故选D.

6．选A.【解析】由$(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\perp(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$得$(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$，即$8+5\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-3=0$，$\therefore$ $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，$\therefore\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=-\dfrac{1}{2}$，所以$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为$\dfrac{2\pi}{3}$．故选A.

7．选B.【解析】由题意可知，该几何体由底面边长为2，高为2的正三棱柱，和底面边长为1，高为1的两个正三棱柱组成，$V=\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}\times2+\dfrac{1}{2}\times1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times1=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$，故选B.

8．选A.【解析】把函数$y=\sin(x+\varphi)$的图像上各点的横坐标缩短到原来的$\dfrac{1}{2}$（纵坐标不变），得到$y=\sin(2x+\varphi)$，再向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位，得到$y=\sin\left(2x-\dfrac{2\pi}{3}+\phi\right)$的图象关于$y$轴对称，所以$-\dfrac{2\pi}{3}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，$\varphi$可以取$\dfrac{\pi}{6}$，故选A.

9．选C.【解析】在ΔABC中$A<B<C\Leftrightarrow a<b<c\Leftrightarrow\sin A<\sin B<\sin C$

$\Leftrightarrow\sin^2A<\sin^2B<\sin^2C\Leftrightarrow1-2\sin^2A>1-2\sin^2B>1-2\sin^2C$

$\Leftrightarrow\cos2A>\cos2B>\cos2C$，故选C.

10．选 C．【解析】$\because \cos A=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ $\therefore \sin A=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，$\sin C=\sin\left(A+B\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，由

$\dfrac{AB}{\sin C}=\dfrac{BC}{\sin A},BC=1$，得 $AB=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，$\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BC\cdot \sin B=\dfrac{1}{6}$，设 BC 边上的高为 h，$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}BC\cdot h=\dfrac{1}{6}$，$\therefore h=\dfrac{1}{3}$，故选 C.

11．选 B．【解析】不妨取右焦点，根据题意 P 点坐标为 $\left(\dfrac{c}{2},\dfrac{\sqrt{3}c}{2}\right)$，代入双曲线方程得

$\dfrac{\left(\dfrac{c}{2}\right)^2}{a^2}-\dfrac{\left(\dfrac{\sqrt{3}c}{2}\right)^2}{b^2}=1$，即 $\dfrac{c^2}{a^2}-\dfrac{3c^2}{c^2-a^2}=4$，得 $e^2=4\pm 2\sqrt{3}$，又 $e>1$，$\therefore e=\sqrt{3}+1$，故选 B.

12．选 A．【解析】$f'\left(x\right)=\dfrac{-x^2+bx+a}{x}$，令 $f'\left(x\right)=0$ 得 $-x^2+bx+a=0$，又 $b^2+4a>0$

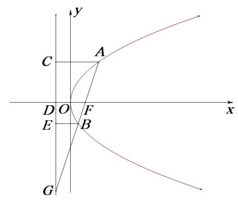
$\therefore$ 极小值点 $x_1=\dfrac{b}{2}-\dfrac{\sqrt{b^2+4a}}{2}$，$\dfrac{b}{2}>\dfrac{\sqrt{b^2+4a}}{2}$，即 $b>0$，$a<0$.故选 A.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13．填 5．【解析】根据题意高二年级有 740 人，所以高三年级有 500 人，根据分层抽样高三年级应抽取 5 人.

14．填 2．【解析】$\because 4=2^x+4^y\geq 2\sqrt{2^x\times 4^y}=2\sqrt{2^{x+2y}}$ $\therefore 2^{x+2y}\leq 4$，

即 $x+2y\leq 2$，所以 $x+2y$ 的最大值是 2.



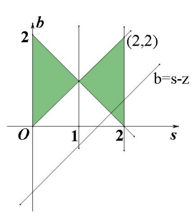
15．填 $\dfrac{12}{5}$．【解析】如图，延长 AB 交抛物线的准线于 G，过 A,B 两点作准线的垂线，垂足为 C,E，准线交 x 轴于 D.根据题意

$\dfrac{|GB|}{|EB|}=\dfrac{|GA|}{|CA|}$，即 $\dfrac{|GB|}{2}=\dfrac{|GB|+5}{3}$，得 $|GB|=10$，又 $\dfrac{|GB|}{|EB|}=\dfrac{|GF|}{|DF|}$，即 $\dfrac{10}{2}=\dfrac{12}{|DF|}$，得 $|DF|=\dfrac{12}{5}$，$\therefore p=\dfrac{12}{5}$.

16．填 2．【解析】由已知 $y=f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(0,0\right)$ 中心对称，即 $f\left(x\right)$ 是奇函数，

$$\therefore f\left(s^2-2s\right)+f\left(2b-b^2\right)\leq 0\Leftrightarrow f\left(s^2-2s\right)\leq f\left(b^2-2b\right)\Leftrightarrow s^2-2s\geq b^2-2b$$

$\Leftrightarrow |s-1| \ge |b-1|$，又 $0 \le s \le 2$，$\therefore \begin{cases} 0 \le s \le 1 \\ s \le b \le 2-s \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 1 \le s \le 2 \\ 2-s \le b \le s \end{cases}$，



建立 sOb 坐标系如图，设 $s-b=z$，则 $b=s-z$，

可知直线 $b=s-z$ 过点 $(2,0)$ 时，z 取得最大值 2.

三、解答题：第 17~21 题每题 12 分，解答应在答卷的相应各题中写出文字说明，说明过程或演算步骤.

17.（12 分）

（Ⅰ）由已知：$a_{2n-1}=a_1+2(n-1)=2n-1$，　$a_{2n}=a_2\times 3^{n-1}=2\times 3^{n-1}$

$\therefore\ a_3-a_6+a_9-a_{12}+a_{15}=3a_9-a_6-a_{12}=3\times 9-2\times 3^2-2\times 3^5=-477$　　…6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $a_n>0$，$\therefore \{a_n\}$ 单调递增，

$S_{2n}=a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1}+a_2+a_4+\cdots+a_{2n}=n^2+3^n-1$

$S_{12}=6^2+3^6-1=764$；$S_{13}=S_{12}+a_{13}=777$；$S_{14}=7^2+3^7-1=2235$

则当 $n\le 13$ 时，$S_n<2017$，$n\ge 14$ 时，$S_n>2017$，$\therefore n$ 的最小值为 14　　…12 分

18.（12 分）

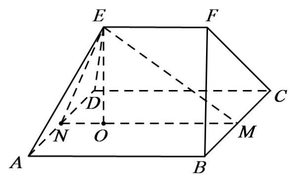
（Ⅰ）取 AD 的中点 N，连结 NM,NE，则 $AD\perp NM, AD\perp NE$，

$\therefore AD\perp$ 平面 NME，$\therefore AD\perp ME$，过 E 点，作 $EO\perp NM$ 于 O，根据题意得，

$NO=1, OM=3, NE=2$，$\therefore OE=\sqrt{3}, EM=2\sqrt{3}$，

$\therefore \Delta ENM$ 是直角三角形，$\therefore NE\perp ME$

$\therefore ME\perp$ 面 ADE　　…6 分



（Ⅱ）过 E,F 点分别做垂直底面的平面，把多面体 $ABCDEF$ 分成两个全等的四棱锥，和一个三棱柱，　$\therefore V_{ABCDEF}=2\times\frac{1}{3}\times 1\times 4\times\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{3}\times 2=\frac{20\sqrt{3}}{3}$　　…12 分

19.（12 分）

（Ⅰ）若进货量定为 13（件），则“进货量不超过市场需求量”是指“销售量不小于 13（件）”相应有 $13+13+8+4=38$（周），“进货量不超过市场需求量”的概率为：$\frac{38}{52}>0.5$；

同理，若进货量为 14（件），则“进货量不超过市场需求量”的概率为：$\frac{25}{52}<0.5$；

$\therefore$“进货量不超过市场需求量”的概率大于 0.5，进货量的最大值是 13　　…6 分

（Ⅱ）进货量定为14（件），设“平均来说今年每周的利润”为Y

若售出10件：则利润$y=10\times3+4\times(-1)=26$；

售出11件：则利润$y=11\times3+3\times(-1)=30$

售出12件：则利润$y=12\times3+2\times(-1)=34$

售出13件：则利润$y=13\times3+1\times(-1)=38$

售出14件：则利润$y=14\times3=42$

售出15件：则利润$y=14\times3+1\times2=44$

售出16件：则利润$y=14\times3+2\times2=46$

则$Y=\dfrac{26\times2+30\times4+34\times8+38\times13+42\times13+44\times8+46\times4}{52}=\dfrac{2020}{52}\approx38.8$.

$\therefore$今年的每周进货量为14，平均来说今年每周的利润是38.8元.　　…12 分

20.（12 分）

（Ⅰ）依题意有$\begin{cases}\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{4}{3b^2}=1\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\ a^2-b^2=c^2\end{cases}$，得$a^2=3,b^2=2$，$\therefore$椭圆方程为$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$；　…5 分

（Ⅱ）依题意直线l不垂直于x轴，由对称性，不妨设l的方程为$y=k(x+1)(k>0)$，

则直线AB的方程为$y=-\dfrac{1}{k}x+m$，

联立$\begin{cases}y=-\dfrac{1}{k}x+m\\ \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}$，得$\left(2+\dfrac{3}{k^2}\right)x^2-\dfrac{6m}{k}x+3m^2-6=0$

易知$\Delta>0$，得$\dfrac{36m^2}{k^2}-4\times3\left(2+\dfrac{3}{k^2}\right)(m^2-2)>0$，即$m^2-2-\dfrac{3}{k^2}<0$　…①，

设AB的中点为C，则$x_c=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{3mk}{2k^2+3}$，$y_c=-\dfrac{1}{k}x_c+m=\dfrac{2k^2m}{2k^2+3}$

点C在直线l上，$\therefore\dfrac{2k^2m}{2k^2+3}=k\left(\dfrac{3km}{2k^2+3}+1\right)$，得$m=-2k-\dfrac{3}{k}$　…②，

此时$m^2-2-\frac{3}{k^2}=4k^2+\frac{6}{k^2}+4>0$与①式矛盾，故$k>0$不成立

当直线l的斜率$k=0$时，

设$A\left(x_0,y_0\right)$，则$B\left(x_0,-y_0\right)$，$\left|AB\right|=2y_0$，点O到AB的距离为x_0，

$\therefore S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}\times 2y_0\times x_0=x_0y_0$，

又$\frac{x_0^2}{3}+\frac{y_0^2}{2}\geq 2\sqrt{\frac{x_0^2}{3}\times\frac{y_0^2}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}x_0y_0$，$\therefore 1\geq\frac{\sqrt{6}}{3}x_0y_0$，$\therefore x_0y_0\leq\frac{\sqrt{6}}{2}$，

当且仅当$\frac{x_0^2}{3}=\frac{y_0^2}{2}=\frac{1}{2}$取等号，$\therefore S_{\Delta AOB}$的最大值为$\frac{\sqrt{6}}{2}$ …12分

21．(12分)

(Ⅰ)当$a=1$时，$f\left(x\right)=\ln x-x$，则$f'\left(x\right)=\frac{1}{x}-1$，

当$0<x<1$时，$f'\left(x\right)>0$，当$x>1$时，$f'\left(x\right)<0$，

$\therefore f\left(x\right)$的单调增区间为$\left(0,1\right)$，单调减区间为$\left(1,+\infty\right)$； …5分

(Ⅱ) $f\left(x\right)\leq b-a\Leftrightarrow b>\ln x-ax+a$，设$h\left(x\right)=\ln x-ax+a$，则$h'\left(x\right)=\frac{1}{x}-a$，

当$a<0$时，$h'\left(x\right)>0$，$h\left(x\right)$在$\left(0,+\infty\right)$单调递增，$b\geq h\left(x\right)$不可能恒成立；

当$a>0$时，$h'\left(x\right)>0\Leftrightarrow 0<x<\frac{1}{a}$，$h'\left(x\right)<0\Leftrightarrow x>\frac{1}{a}$，

$\therefore h\left(x\right)_{\max}=h\left(\frac{1}{a}\right)=\ln\left(\frac{1}{a}\right)-1+a=a-\ln a-1$，

$b\geq a-\ln a-1\Leftrightarrow\frac{b}{a}\geq 1-\frac{\ln a}{a}-\frac{1}{a}$，

设$g\left(a\right)=1-\frac{\ln a}{a}-\frac{1}{a}\left(a>0\right)$，$g'\left(a\right)=\frac{\ln a}{a^2}$，

$\therefore g'\left(a\right)>0\Leftrightarrow a>1$，$g'\left(a\right)<0\Leftrightarrow 0<a<1$，

$\therefore$ $g\left(a\right)_{\min}=g\left(1\right)=0\Rightarrow\frac{b}{a}\geq 0$，$\therefore$当$a=1,b=0$时$\frac{b}{a}$取最小值$0$. …12分

请考生在第22、23题中任选一题作答，并将所选的题号下的“○”涂黑．如果多做，则按所做的第一题记分，满分10分．

22．(10分)

(Ⅰ)由$x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$可得圆$C$的极坐标方程为$\rho^2-2\rho\cos\theta+\frac{1}{2}=0$ …5分

(Ⅱ)点M的直角坐标为$\left(2\cos\theta,2\sin\theta\right)$，

$\therefore$直线l的参数方程为$\begin{cases} x=2\cos\theta+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ x=2\sin\theta+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$为参数），

直线l与圆C交于A,B两点，把直线参数方程代入圆C方程得

$t^2+\sqrt{2}\left(2\cos\theta+2\sin\theta-1\right)t+\dfrac{9}{2}-4\cos\theta=0$，

$\Delta=2\left(2\cos\theta+2\sin\theta-1\right)^2-4\left(\dfrac{9}{2}-4\cos\theta\right)>0$，解得：$0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{5\pi}{4}<\theta<\dfrac{3\pi}{2}$

根据直线参数方程的几何意义得$|MA|\cdot|MB|=|t_1\cdot t_2|=\left|\dfrac{9}{2}-4\cos\theta\right|$，

$\therefore |MA|\cdot|MB|$的取值范围是$\left(\dfrac{9}{2},\dfrac{9}{2}+2\sqrt{2}\right)$. …10分

23.（10分）

（Ⅰ）$f\left(x\right)<g\left(x\right)\Leftrightarrow|x-4|^2<|2x+1|^2\Leftrightarrow x^2+4x-5>0$，

$\therefore$不等式$f\left(x\right)<g\left(x\right)$的解集为$\left(-\infty,-5\right)\cup\left(1,+\infty\right)$ …5分

（Ⅱ）令$H\left(x\right)=2f\left(x\right)+g\left(x\right)=2|x-4|+|2x+1|=\begin{cases} 4x-7, x>4 \\ 9, -\dfrac{1}{2}\le x\le 4 \\ -4x+7, x<-\dfrac{1}{2} \end{cases}$，$G\left(x\right)=ax$，

在同一坐标系下作出$H\left(x\right),G\left(x\right)$的图象，根据题意$2f\left(x\right)+g\left(x\right)>ax$对一切实数均成立，即$H\left(x\right)$的图象恒在$G\left(x\right)$图象的上方，$\therefore -4<a<\dfrac{9}{4}$. …10分

以上各题的其他解法，限于篇幅从略，请相应评分